物理問題 I

ア $\dfrac{mg}{k}$

イ $\dfrac{m}{k}$

ウ g

エ ③

オ $\sqrt{\dfrac{mg}{c}}$

カ $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m}{cg}}$

キ $5.8\ \mathrm{m/s}$

ク $8.2\ \mathrm{m/s}$

問 1 $\dfrac{m_2}{m_1}=2$ である。また，実験の結果によると，$\left(\dfrac{v_2}{v_1}\right)^2=\left(\dfrac{8.2}{5.8}\right)^2 \fallingdotseq 2$ である。これらより終端速度の 2 乗の比が質量の比となるため，抵抗力の大きさは速さの 2 乗に比例している。

ケ $0.3\ \mathrm{s}$

コ ④

サ Sv

シ $-\rho S$

物理問題Ⅱ

イ　$\dfrac{l}{v_0}$

ロ　$\dfrac{eVl^2}{2mdv_0{}^2}$

ハ　$\sqrt{v_0{}^2+\left(\dfrac{eVl}{mdv_0}\right)^2}$

ニ　$\dfrac{eVl}{mdv_0{}^2}\left(L+\dfrac{l}{2}\right)$

ホ　$\dfrac{Vl}{2V_pd}\left(L+\dfrac{l}{2}\right)$

ヘ　$\sqrt{\dfrac{2eV}{md}y}$

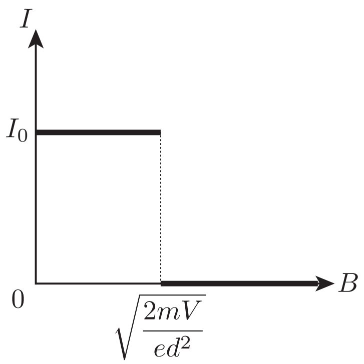
ト　$\dfrac{2mV}{eB^2d}$

チ　$-\dfrac{eV}{md}$

リ　①

ヌ　①

（3）



物理問題Ⅲ

あ　$mn_l S\Delta z$

い　$-mn_l g\Delta z$

う　$\dfrac{mg}{kT}$

え　$P_0 \mathrm{e}^{-\frac{mg}{kT}z}$

お　$\dfrac{P_0}{kT}\mathrm{e}^{-\frac{mg}{kT}z}$

問１　$z = z_l$ と $z = z_{l+1}$ の Δz での間の位置エネルギーの変化量を ΔU_l とすると，

$$\Delta U_l = mg(l\Delta z)n_l S\Delta z = \frac{P_0 Smg(\Delta z)^2}{kT} l\mathrm{e}^{-\frac{mg\Delta z}{kT}l}$$

よって，円筒内の気体分子の位置エネルギーの総和 U は，

$$U = \sum_{l=1}^{\infty} \Delta U_l = \frac{P_0 Smg(\Delta z)^2}{kT}\left(\frac{kT}{mg\Delta z}\right)^2 = \frac{P_0 S}{mg}kT$$

か　$\dfrac{P_0 S}{mg}$

き　$\dfrac{3}{2}kT$

く　kT

け　$\dfrac{5}{2}kT$

こ　$\dfrac{5}{2}k$

さ　①

し　$\dfrac{Mg}{S}$

す　$\dfrac{kT}{gh}\log_{\mathrm{e}}\dfrac{P_B S}{Mg}$

せ　$7 \times 10^{-26}\,\mathrm{kg}$

【解説】

Ⅰ

ア $$0 = mg - kv_\mathrm{f} \iff v_\mathrm{f} = \frac{mg}{k}$$

イ $m\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = k(v_\mathrm{f} - v)$　ここで，$\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{\Delta(v_\mathrm{f} + \overline{v})}{\Delta t} = \dfrac{\Delta \overline{v}}{\Delta t}$ と $v_\mathrm{f} - v = -\overline{v}$ より，

$$m\frac{\Delta \overline{v}}{\Delta t} = k(-\overline{v}) \iff \frac{\Delta \overline{v}}{\Delta t} = -\frac{\overline{v}}{\frac{m}{k}}$$

ウ $$v_\mathrm{f} = g \times \frac{m}{k} = g \times \tau_1$$

エ $|2v_\mathrm{f} - v_\mathrm{f}| = |v_\mathrm{f} - 0|$ から，同じ時間に v_f となる。したがって，③

オ $$0 = mg - c{v_\mathrm{t}}^2 \iff v_\mathrm{t} = \sqrt{\frac{mg}{c}}$$

カ $$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -c(v^2 - {v_\mathrm{t}}^2) = -c\{(v_\mathrm{t} + \overline{v})^2 - {v_\mathrm{t}}^2\} = -c{v_\mathrm{t}}^2\left\{\left(1 + \frac{\overline{v}}{v_\mathrm{t}}\right)^2 - 1\right\}$$

ここで，与えられた近似を用いて，

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} \fallingdotseq -c{v_\mathrm{t}}^2\left\{\left(1 + \frac{2\overline{v}}{v_\mathrm{t}}\right) - 1\right\} = -2cv_\mathrm{t}\overline{v} = -2\sqrt{cmg}\,\overline{v}$$

また，$\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{\Delta(v_\mathrm{t} + \overline{v})}{\Delta t} = \dfrac{\Delta \overline{v}}{\Delta t}$ より，

$$\frac{\Delta \overline{v}}{\Delta t} = -\frac{\overline{v}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{cg}}}$$

したがって，$\tau_2 = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m}{cg}}$

キ，ク　時間が 3.0 s 以降では，落下距離のグラフはほぼ直線なので終端速度になっているとして，$v_1 = 5.8$〔m/s〕，$v_2 = 8.2$〔m/s〕

問１　解答参照。

ケ　$$5.8=\sqrt{\frac{mg}{c}} \iff c=\frac{mg}{5.8^2}$$

よって，

$$\tau_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{cg}}=\frac{5.8}{2g}\fallingdotseq 0.3\text{〔s〕}$$

コ　$m_2=2.0$〔kg〕のとき，$\tau_2=\dfrac{8.2}{2g}=0.42$〔s〕

それぞれの終端速度に近づいていく時間は実験２の方が実験１の $\sqrt{2}$ 倍となる。したがって，④

サ　円柱は時間 Δt で $v\Delta t$ 進むからその体積を考えて，$\Delta m=\rho\times Sv\times\Delta t$

シ　運動量保存の法則より，

$$mv=(m+\rho Sv\Delta t)(v+\Delta v)$$

右辺を展開して微小量の２次を無視すると，$mv+m\Delta v+\rho Sv^2\Delta t$

よって，$m\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=-\rho S\times v^2$

【解説】

Ⅱ

イ　x 軸方向は等速運動だから，$t = \dfrac{l}{v_0}$

ロ　y 軸方向の加速度を a とおくと，

$$ma = e\frac{V}{d} \quad \Longleftrightarrow \quad a = \frac{eV}{md}$$

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{eVl^2}{2md{v_0}^2}$$

ハ　エネルギーと電場のした仕事より，

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m{v_0}^2 + e\frac{V}{d}\cdot\frac{eVl^2}{2md{v_0}^2}$$

$$\Longleftrightarrow \quad v = \sqrt{{v_0}^2 + \left(\frac{eVl}{mdv_0}\right)^2}$$

ニ　直線 PQ と x 軸のなす角を θ とすると，$\tan\theta = \dfrac{at}{v_0} = \dfrac{eVl}{md{v_0}^2}$

$$y = \frac{eVl^2}{2md{v_0}^2} + L\tan\theta = \frac{eVl}{md{v_0}^2}\left(L + \frac{l}{2}\right)$$

ホ　$\dfrac{1}{2}m{v_0}^2 = eV_p$ より，

$$y = \frac{Vl}{2V_pd}\left(L + \frac{l}{2}\right)$$

ヘ　求める速さを v として，$\dfrac{1}{2}mv^2 = e\dfrac{V}{d}y \quad \Longleftrightarrow \quad v = \sqrt{\dfrac{2eV}{md}y}$

ト　$\boxed{\text{ヘ}}$の結果に，$v = \dfrac{2V}{Bd}$，$y = y_U$ を代入して，

$$\frac{2V}{Bd} = \sqrt{\frac{2eV}{md}y_U} \quad \Longleftrightarrow \quad y_U = \frac{2mV}{eB^2d}$$

チ　求める加速度を a' として，運動方程式より，

$$ma' = -e\frac{2V}{Bd}B + e\frac{V}{d} \quad \Longleftrightarrow \quad a' = -\frac{eV}{md}$$

リ　電場により y 軸負の向きに加速される。さらに y 軸負の向きの速度により，x 軸正の向きにローレンツ力を受ける。したがって，①

ヌ　$y_U = \dfrac{2mV}{eB^2d}$ より，$d - y_W = \dfrac{2MV}{eB^2d}$，ここで，$M > m$ より，

$y_U < d - y_W$　したがって，①

（３）　向かいの極板に電子が到達しない条件は，

$$\frac{2mV}{eB^2d} < d \quad \Longleftrightarrow \quad B > \sqrt{\frac{2mV}{ed^2}}$$

よって，これを満たすときは，電流が 0 となることに注意してグラフを描く。

【解説】

Ⅲ

あ　体積 $S\Delta z$ に含まれる $n_l S\Delta z$ 個の質量より，$mn_l S\Delta z$

い　$P_{l+1}-P_l=-\dfrac{mn_l S\Delta z\cdot g}{S}=-mn_l g\Delta z$

う　$P_l=n_l kT \iff n_l=\dfrac{P_l}{kT}$ より，$P_{l+1}-P_l=-\dfrac{mg}{kT}\times\Delta z\cdot P_l$

え　$\dfrac{P_{l+1}-P_l}{\Delta z}=-aP_l$ と比べて，$a=\dfrac{mg}{kT}$，したがって，$P(z)=P_0\mathrm{e}^{-\frac{mg}{kT}z}$

お　$n(z)=\dfrac{P(z)}{kT}=\dfrac{P_0}{kT}\mathrm{e}^{-\frac{mg}{kT}z}$

問１　解答参照。

か　底面にはたらく力のつりあいより，

$$P_0 S=Nmg \iff N=\frac{P_0 S}{mg}$$

き　解答参照。

く　$\dfrac{P_0 SkT}{mg}=kT\times N$

け　$E=\dfrac{3}{2}kTN+kTN=\dfrac{5}{2}kT\times N$

こ　$\dfrac{\Delta E}{N\Delta T}=\dfrac{5}{2}k$

さ　$\dfrac{5}{2}k>\dfrac{3}{2}k$ より，重力場がないときと比較して大きい。したがって，①

し　ピストンにはたらく力のつりあいより，

$$P(h)S=Mg \iff P(h)=\frac{Mg}{S}$$

す　$$\frac{Mg}{S} = P_B \mathrm{e}^{-\frac{mg}{kT}h} \quad \Longleftrightarrow \quad m = \frac{kT}{gh}\log_{\mathrm{e}}\frac{P_B S}{Mg}$$

せ　与えられた数値を代入して，

$$\begin{aligned} m &= \frac{1.4\times10^{-23}\times300}{9.8\times30}\times\log_{\mathrm{e}}\left(1+\frac{5}{1000}\right) \\ &\fallingdotseq \frac{1.4\times10^{-23}\times300}{9.8\times30}\times\frac{5}{1000} \fallingdotseq 7\times10^{-26}\ \text{〔kg〕} \end{aligned}$$